

1. Dva tačkasta naelektrisanja nalaze se na međusobnom rastojanju r , u vakuumu. Ako se rastojanje između naelektrisanja smanji za $\Delta r = 30\text{cm}$, sila uzajamnog delovanja poveća se tri puta. Odrediti rastojanje r .

Rešenje:

Koristeći Kulonov zakon odredićemo silu kojom interaguju tačkasta naelektrisanja pre pomeranja:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Posle smanjenja međusobnog rastojanja za Δr , sila kojom čestice interaguju poveća se na $3F_1 = F_2$, što uz prvu jednačinu dovodi do:

$$\frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{(r-\Delta r)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{r^2} = \frac{1}{(r-\Delta r)^2} \quad \star$$

Posle korenovanja obe strane gornjeg izraza dobija se


$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{r} &= \frac{1}{(r-\Delta r)} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3}(r - \Delta r) = r \\ r\sqrt{3} - \Delta r\sqrt{3} &= r \\ r(\sqrt{3} - 1) &= \Delta r\sqrt{3} \end{aligned}$$

Konačno, dobija se tražena vrednost početnog rastojanja

$$r = \frac{\Delta r \sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = 71 \text{ cm} .$$

Gornji izraz moguće je predstaviti u formi u kojoj je izvršena racionalizacija imenioca:

$$r = \frac{\Delta r (3 + \sqrt{3})}{2} = 71 \text{ cm} .$$

Napomena: Do rešenja se moglo doći i rešavanjem kvadratne jednačine  .

2. Na temperaturama $t_1 = 15^\circ\text{C}$ i $t_2 = 90^\circ\text{C}$ izmerene su vrednosti električnog otpora provodnika: $R_1 = 25.1\Omega$ i $R_2 = 32.5\Omega$. Odrediti termički koeficijent otpora, α , ovog provodnika.

Rešenje:

Za metalne otpornike karakteristična je linearna zavisnost otpora od temperature u širokom opsegu temperatura, pri čemu je $R = R_0(1 + \alpha t)$. Za date temperature dobijamo odgovarajuće izraze

$$R_1 = R_0(1 + \alpha t_1) \quad \text{i} \quad R_2 = R_0(1 + \alpha t_2) \quad .$$

Deobom gornjih izraza dolazi se do odnosa:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\cancel{R_0}(1 + \alpha t_1)}{\cancel{R_0}(1 + \alpha t_2)} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2}$$

Posle unakrsnog množenja dobija se

$$R_1(1 + \alpha t_2) = R_2(1 + \alpha t_1)$$

$$R_1 + R_1\alpha t_2 = R_2 + R_2\alpha t_1$$

Posle grupisanja članova, vodeći računa da sa jedne strana jednakosti budu članovi koji sadrže α , a sa druge preostali dobićemo

$$R_1 \alpha t_2 - R_2 \alpha t_1 = R_2 - R_1 ,$$

odnosno

$$\alpha (R_1 t_2 - R_2 t_1) = R_2 - R_1$$

Iz gornjeg izraza dobija se konačni izraz za termički koeficijent otpora:

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1} = 4.18 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

3. Radi pravljenja električnog grejača u obliku spirale snage $P = 0.50kW$, namenjenog uključanju u električno kolo napona $U = 220V$ koristi se *NiCr* legura. Odredite potrebnu dužinu provodnika prečnika $d = 0.40mm$, ako je specifični otpor provodnika u zagrejanom stanju $\rho = 1.05 \mu\Omega m$.

Rešenje:

Snaga oslobođena na grejaču određena je izrazom $P = \frac{U^2}{R}$. Otpor provodnika kružnog poprečnog preseka dat je izrazom

$$R = \rho \frac{l}{S} \cdot \star$$

Površina poprečnog preseka provodnika data preko prečnika provodnika iznosi

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad ,$$

Što posle uvrštenja u izraz \star daje

$$R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$$

Smenom u prvi izraz dobijamo

$$P = \frac{U^2 \pi d^2}{4 \rho l} \Rightarrow 4P\rho l = U^2 \pi d^2 \quad .$$

Iz gornje formule dobija se izraz za dužinu provodnika:

$$l = \frac{\pi U^2 d^2}{4 \rho P} = 11.58m.$$

4. Otpor spirale električnog grejača je $R = 16\Omega$. Odrediti vreme τ za koje će proključati u njemu $m = 600g$ vode, koja ima početnu temperaturu $t_1 = 10^\circ C$, ako je koeficijent korisnog dejstva $\eta = 60\%$, a napon gradske mreže $U = 120V$ ($c = 4.19 \cdot 10^3 J/kgK$).

Rešenje:

Količina toplote koju grejač preda vodi u čajniku u intervalu vremena τ , data je Džul-Lencovim zakonom. Uz uračunavanje gubitaka toplote, dolazimo do formule:

$$Q = \eta \frac{U^2}{R} \tau.$$

Da bi voda promenila temperaturu za Δt , potrebno je dovesti joj količinu toplote datu izrazom:

$$Q = mc\Delta t.$$

Izjednačavanjem desnih strana gornjih jednačina dolazi se do izraza

$$\eta \frac{U^2}{R} \tau = mc\Delta t ,$$

odakle se dobija vreme potrebno da voda provri:

$$\tau = \frac{mc\Delta t R}{\eta U^2} = 418s \approx 7min.$$